**CỘNG TRỪ PHÂN SỐ**

**A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ**

1. Muốn cộng hai phân số cùng mẫu, ta cộng các tử và giữ nguyên mẫu.
2. Muốn cộng hai phân số không cũng mẫu, ta viết chúng dưới dạng hai phân số có cùng một mẫu rồi cộng các tử và giữ nguyên mẫu chung.
3. Phép cộng phân số có các tính chất cơ bản: giáo hoán, kết hợp, cộng với số 0.

Lưu ý: Do các tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng, khi cộng nhiều phân số, ta có thể đổi chỗ hoặc nhóm các phân số lại theo bất cứ cách nào sao cho thuận tiện trong tính toán.

1. Hai phân số gọi là đối nhau nếu tổng của chúng bằng 0.
2. Muốn trừ một phân số cho một phân số, ta cộng số bị trừ với số đối của số trừ.

**B. BÀI TẬP**

**PHÉP CỘNG PHÂN SỐ**

**Dạng 1: Tính tổng**

1. Cộng các phân số:

|  |  |
| --- | --- |
| a) | b) |

1. Nên rút gọn phân số trước và sau khi cộng.Cộng các phân số sau:

a)  b)  c)  d) 

1. Tính các tổng sau :

a)  b)  c)  d) 

1. Cộng các phân số sau:

a)  b)  c)  d) 

e)  f)  g)  h) 

1. Cộng các phân số và rút gọn kết quả nếu có thể

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a) | b) | c) | d) |

1. Tính các tổng dưới dây sau khi đã rút gọn phân số

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a) | b) | c) | d) |

1. Tính các tổng sau:

a)  b)  c) 

d)  e)  f) 

1. Thực hiện các phép tính sau đây

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| a) | b) | c) |
| d) | e) | g) |

1. Tính: 



1. Tính bằng cách hợp lí nhất:
2. 
3. 
4. Tính nhanh

a)  b) 

c)  d) 

1. Tính nhanh

a.  b. 

1. Tính nhanh

**a) **

**b) **

1. Tính nhanh

**a)  b) **

**c) **

1. Tính nhanh

|  |  |
| --- | --- |
| a) | b) |
| c) | d) |

1. **:**Tính nhanh

|  |  |
| --- | --- |
| a) | b) |
| c) | d) |
| e) | |

1. Tính các tổng sau một cách hợp lí:

|  |  |
| --- | --- |
| a) | b) |
| c) | d) |

1. Tính tổng:

 ; 

 ; 

1. Tính tổng:

 ; 

 ; 

1. Thực hiện phép tính

a, ; b ) 

1. Thực hiện phép tính :

a) 

b ) 

c ) 

1. Tính các tổng sau một cách hợp lý.

a )  ;

b ) ;

c ) 

1. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

**Dạng 2: Tìm x**

1. Tìm x

a) b) 

c)  d) 

1. Tìm x, biết:

a)  b)  c) 

d)  e)  f) 

1. Tìm  biết

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| a) | b) | c) |

1. . Tìm  biết

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| a) | b) | c) |

1. Tìm x, biết:

a)  b)  c) 

d)  e)  f) 

1. Tìm , biết:

a)  b) 

c)  d) 

1. Tìm các số nguyên  biết

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

1. ) Điền các số nguyên thích hợp vào ô vuông:

**a) **

**b) **

1. Tìm , biết:

a)  b) 

c) 

1. Tìm , biết:

a)  b) 

**Dạng 3: So sánh**

1. Chứng tỏ rằng tổng của ba phân số sau đây nhỏ hơn 2:



1. Điền dấu thích hợp vào ô vuông:

a)    b)   

c)    d)   

1. Điền dấu (<, >, =) thích hợp vào ô vuông

|  |  |
| --- | --- |
| 1. **-1;** | 1. **;** |
| c) | d) |

1. So sánh các phân số sau:

a)  và  b)  và 

c)  và  d)  và 

1. So sánh các phân số sau

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| a)  và | b)  và | c)  và |

1. So sánh:

 và 

1. Cho ; 

So sánh A và B

1. So sánh:

a)  và 2 b)  và 1

1. Chứng minh rằng:

a) 

b) 

c) 

1. Cho  và 

So sánh A và B.

**Dạng 4 : Toán có lời**

1. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể nước. Nếu chảy một mình, vòi thứ nhất phải mất 6 giờ, vòi thứ hai phải mất giờ. Hỏi nếu cùng chảy thì mỗi giờ cả hai vòi chảy được bao nhiêu phần bể?
2. Hai người làm chung một công việc. Nếu làm riêng, người thứ nhất làm xong công việc trong  giờ, người thứ hai làm xong công việc ấy trong  giờ. Hỏi nếu làm chung thì mỗi giờ cả hai người làm được mấy phần công việc?
3. Ba người cùng làm một công việc. Nếu làm riêng , người thứ nhất phải mất 5 giờ, người thứ 2 mất 4 giờ và người thứ 3 mất 6 giờ. Nếu làm chung thì mỗi giờ cả ba người làm được mấy phần công việc?
4. Một người đi xe đạp từ  đến  hết  giờ; người thứ hai đi xe máy từ  về  hết  giờ; người đi xe máy khởi hành sau người đi xe đạp  giờ. Hỏi sau khi người đi xe máy đi được  giờ thì hai người đã gặp nhau chưa?
5. Cho ba vòi nước cùng chảy vào một bể cạn. Vòi chảy một mình thì sau  giờ sẽ đầy bể; vòi  chảy một mình mất  giờ còn vòi  chảy một mình mất  giờ mới đầy bể. Hỏi nếu mở cả ba vòi cùng một lúc thì trong bao lâu đầy bể?
6. Một người gặt lúa trên một thửa ruộng. Giờ thứ nhất người ấy gặt được  thửa ruộng, giờ thứ hai người ấy gặt được  thửa ruộng. Giờ thứ ba người ấy gặt được  thửa ruộng. Hỏi sau ba giờ gặt, người ấy đã gặt hết được thửa ruộng đó chưa?
7. Ba vòi cùng chảy vào một cái bể. Vòi thứ nhất chảy đầy bể trong 3 giờ. Vòi thứ hai chảy đầy bể trong 6 giờ và vòi thứ ba chảy đầy bể trong 4 giờ.

a. Sau 1 giờ mở cả ba vòi thì nước trong bể chiếm bao nhiêu phần?

b. Tiếp tục mở một vòi thứ mấy để chỉ cần sau 1 giờ nữa thì nước vừa vặn đầy bể.

1. Một hình chữ nhật có chu vi là 18 cm, khi giảm chiều dài đi 20% chiều dài ban đầu và tăng chiều rộng thêm 25% chiều rộng ban đầu thì chu vi hình chữ nhật không đổi. Tính diện tích hình chữ nhật.
2. Một tấm bìa hình chữ nhật có chiều dài là , chiều rộng là . Tính nửa chu vi tấm bìa đó? (Tính theo cm)
3. Tìm tổng các phân số lớn hơn , nhỏ hơn  và có tử là 
4. Viết  thành tổng của hai phân số có tử số bằng  và mẫu số khác nhau.
5. Viết phân số  thành tổng của hai phân số tối giản có mẫu khác nhau

**Dạng 5: Các bài tập nâng cao**

1. a) Chứng tỏ rằng với mọi  ta luôn có: 

b) *Áp dụng:*  Tính nhanh tổng sau: 

1. Tính: 
2. **\*:** Cho phân số 

a) Tìm  để  có giá trị nguyên.

b) Tìm  để  có GTLN

1. \*: Cho phân số  

a) Tìm n để  có giá trị nguyên

b) Tìm GTLN của 

1. Chia đều  quả táo cho  em bé sao cho mỗi em đều được  phần.
2. Có 9 quả cam chia cho 12 người. Làm cách nào mà không phải cắt bất kỳ quả nào thành 12 phần bằng nhau?
3. Cho các số tự nhiên  sao cho  có giá trị là số tự nhiên. Gọi  là ước chung lớn nhất của  và . Chứng minh rằng: .
4. Tìm các số nguyên  để: là một số nguyên.
5. Tìm các số nguyên t sao cho  là một số nguyên.
6. Tìm các số nguyên n để:  là số nguyên.
7. Tìm các số nguyên x, y biết:

**PHÉP TRỪ PHÂN SỐ**

**Dạng 1: Tìm phân số đối**

1. Hãy viết các phân số đối của các phân số sau:

a)  b)  c) 

d)  e)  f) 

**Dạng 2: Tính**

1. Thực hiện phép tính

a) b) c) d)

1. Tính :

a)  b)  c) 

1. Tính bằng phương pháp hợp lý nhất :

a)  b)  c) 

1. Tính nhanh: .
2. a) Tính: .

b) Tính nhanh: .

1. Tính

  

1. Tính theo cách hợp lí:

a) 

b) 

**Dạng 3: Toán tìm x**

1. Tìm x biết

a)  b) 

1. Tìm x, biết:

a)  b)  c) 

1. Tìm , biết 
2. Viết tập hợp  các số nguyên , biết .

**BÀI TẬP TỔNG HỢP**

1. Tính :

a)  b) 

1. Ba người cùng làm một công việc. Nếu làm riêng, người thứ nhất phải làm mất 4 giờ, người thứ hai 3 giờ, người thứ ba 6 giờ. Nếu làm chung thì mỗi giờ cả ba người làm được mấy phần công việc ?
2. Tính tổng các phân số lớn hơn , nhỏ hơn  và có tử là 3.
3. Viết mỗi phân số sau đây thành tổng của hai phân số tối giản có mẫu khác nhau:

a)  b) 

1. Dùng 10 chữ số  ( mỗi chữ số chỉ dùng một lần) để lập hai phân số bằng nhau có tổng bằng 1.
2. Tính một cách hợp lý: 
3. Thực hiện các phép tính sau một cách hợp lý:

a) 

b) 

1. Tổng bằng phân số . Chứng tỏ rằng a chia hết cho 13.
2. a) Viết phân số thành tổng của hai phân số có tử bằng 1 và mẫu khác nhau.

b) Nêu tất cả các cách viết như thế.

1. Tính nhanh :

a) 

b) 

1. Cho  . Chứng tỏ rằng  .
2. Cho  .

So sánh B với  .

1. Cho  . Chứng tỏ rằng  .
2. Chứng tỏ rằng với mọi  thì:

a)  ; b)  .

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

**Dạng 1: Tính tổng**

**Bài 1.**

a) 

b) 

*Nhận xét:*

**Bài 2.**

a)

b) 

c) 

d) 

**Bài 3.**

a)

b) 

c) 

d) 

**Bài 4.**

a)  b) 

c)  d) 

e)  f) 

g)  h) 

**Bài 5.**

|  |  |
| --- | --- |
| a) |  |
| c) | d) |

**Bài 6.**

|  |  |
| --- | --- |
| a) | b) |
| c) | d) |

**Bài 7.** a ) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

**Bài 8.**

|  |  |
| --- | --- |
| a) | d) |
| b) | e) |
| c) | g) |

**Bài 9.**

Ta có: 









*Nhận xét:*

Phát hiện đặc điểm của các phân số, khéo sử dụng tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng phân số, ta sẽ có được lời giải một cách nhanh chóng.

**Bài 10.**

a. 



b.



**Bài 11.**

**a) **

****

**b) **

****

**c) **

****

**d) **

****

**Bài 12.**

a. 

b. 

**Bài 13.**

**a) **

****

****

**b) **

****

****

**Bài 14.**

**a) **

****

****

****

**b) **

****

****

****

****

**c) **

****

****

**Bài 15.**

a) 

b) 

c) 

d) 

**Bài 16.**

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

**Bài 17.**

a) 

b) 

c) 

d) 

**Bài 18.**

 ;



 ;



**Bài 19.**

 ;









**Bài 20. a) **

****

**b)**



Bài 21.

a) 







b) 





c) 



**Bài 22.**

a) 





b) ;





c ) 





**Bài 23.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

**Dạng 2: Tìm x**

**Bài 24.**

|  |  |
| --- | --- |
| a) | b) |
| c) | d) |

**Bài 25.**

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

**Bài 26.**

a) .

b) .

c) 

**Bài 27.**

a) .

b) 

c) .

**Bài 28.**

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

**Bài 29.**

a) 





b) 





c) 





d) 





**Bài 30.**

1. Ta có 

Mà  nên 

1. 

Mà  nên .

**Bài 31.**

**a. **

****

Vậy ****

Số cần tìm là: 

b) Tìm tập hợp các số , biết rằng:

****

****

****

****

**Bài 32.**

a) 

b) 

c) 

**Bài 33.**

a) 

b) 

**Dạng 3: So sánh**

**Bài 34.**

Ta có BCNN 

Các thừa số phụ là 357; 546; 442.

Do đó:

*Nhận xét:*

Đây là cách giải theo suy nghĩ thông thường: tính tổng của ba phân số rồi so sánh kết quả với 2. Tuy nhiên, làm theo cách này phải tính toán phức tạp. Liệu có thể không cần tính cụ thể tổng của ba phân số đó mà vẫn so sánh với 2 được không?

Với suy nghĩ đó, ta chỉ cần ước lượng giá trị từng phân số theo các quy tắc so sánh phân số đã biết.

Ta có: 

Do đó: 

**Bài 35.**

a)   

Ta có 

Vậy 

b)   

Ta có : 



Vậy 

c)   

Ta có: 

.Vậy 

d)   

Ta có: . Vậy 

**Bài 36.**

**a.** . Vậy 

b. Vậy  >;

c.;  mà .

Vậy  < 

d.,  mà .

Vậy  > 

**Bài 37.**

a)  và 

Ta có:  nên 

b)  và 

Ta có:  mà  nên 

c)  và 

Ta có: 

 mà  nên 

d)  và 

Ta có:  nên 

**Bài 38.**

a) Ta có  và  (1)

Vì  (2). Từ (1) và (2) suy ra .

b) Ta có  và  (3)

Vì  (4). Từ (3) và (4) suy ra .

c) Ta có  và 

nên  > 

**Bài 39.**

 và 

Ta có: 

Mà 

Nên 

**Bài 40.**

Ta có : 

Vậy 

**Bài 41.**

a)  và 2



b)  và 1



**Bài 42.**

a) 





Vì  nên 

Suy ra A > .

b) 



Vì  nên 

Vậy B < 0

c) 



**Bài 43.**

Cho  và 







Vậy  hay 

**Dạng 4 : Toán có lời**

**Bài 44.**

Trong 1 giờ, vòi thứ nhất chảy được:  bể

Trong 1 giờ, vòi thứ hai chảy được:  bể

Trong 1 giờ, cả hai vòi chảy được :  bể

**Bài 45.**

Khi làm riêng, người thứ nhất làm trong  giờ được  công việc.

Khi làm riêng, người thứ hai làm trong  giờ được  công việc.

Vậy trong mỗi giờ làm chung cả hai người làm được  công việc.

**Bài 46.**

Trong một giờ người thứ nhất làm được  công việc, người thứ hai làm được công việc, người thứ ba làm được  công việc.

Vậy nếu làm chung thì mỗi giờ cả ba người làm được:  công việc.

**Bài 47.**

Trong  giờ người đi xe máy đạp đi được  quãng đường.

Trong  giờ người đi xe máy đi được  quãng đường.

Tổng quãng đường hai người đi là  quãng đường.

Vì  nên hai người đã gặp nhau rồi.

**Bài 48.** Trong  giờ vòi  chảy được  bể, vòi  chảy được  bể, vòi  chảy được  bể.

Trong  giờ cả ba vòi chảy được  bể.

Vậy cả ba vòi cùng chảy trong  giờ thì đầy bể.

**Bài 49.**

Sau ba giờ người đó gặt được: . Do đó ba giờ người đó chưa gặt hết thửa ruộng.

**Bài 50.**

a. Trong một giờ: vòi thứ nhất, thứ hai, thứ ba chảy lần lượt được:  (bể); cả ba vòi chảy được  bể

b. Vậy trong mộ giờ chỉ mở thêm vòi thứ ba thì sẽ chảy được đầy bể vì:

**Bài 51.**

Gọi chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật là  và  (đơn vị cm).

Ta có 

Chiều dài hình chữ nhật sau giảm là: 

Chiều rộng hình chữ nhật sau tăng là: 

Do chu vi hình chữ nhật không đổi nên 

Thay  vào ta được 

Diện tích hình chữ nhật ban đầu là: 

**Bài 52.**

Nửa chu vi tấm bìa đó là: 

**Bài 53.**

Ta có : ; 

Tổng các phân số lớn hơn , nhỏ hơn  và có tử là  là : 

**Bài 54.**



**Bài 55.**









**Dạng 5: Các bài tập nâng cao**

**Bài 56.**

a) Ta có 

b) Nhận xét :







*Nhận xét :*

Công thức giúp ta tính nhanh được tổng các phân số viết theo quy luật vì đã làm xuất hiện các số đối nhau.

**Bài 57.**





**Bài 58\*.**



a)  có giá trị nguyên 

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

b)  có GTLN  có GTLN là số nguyên dương nhỏ nhất

 . Lúc đó 

**Bài 59\*.**



a) B nguyên khi  là ước của 6 hay 

b) GTLN của  là  khi 

**Bài 60.**

Lấy  quả táo, mỗi quả chia đôi được  phần, mỗi phần là quả táo.

Lấy  quả táo, mỗi quả chia đôi được  phần được 8 phần, mỗi phần là quả táo.

Lấy quả cuối cùng chia làm  phần. Như vậy mỗi em bé được  phần tổng cộng là  (quả táo).

**Bài 61.**

- Lấy 6 quả cam cắt mỗi quả thành 2 phần bằng nhau, mỗi người được  quả. Còn lại 3 quả cắt làm 4 phần bằng nhau, mỗi người được  quả. Như vạy 9 quả cam chia đều cho 12 người, mỗi người được  (quả).

- **Nhận xét:** 9 quả cam chia đều cho 12 người thì mỗi người được  quả nên ta có cách chia như trên.

**Bài 62.**

Ta có  có giá trị là số tự nhiên



Lại có ƯCLN

 (đpcm)

**Bài 63.**

 là số ngyên khi  là ước của 5.



**Bài 64.**

 là một số nguyên . Mà ƯCLN.

Do đó . Đặt . Vậy .

**Bài 65.**

****

 là số nguyên khi  là ước của .



**Bài 66.**



 nên ta có bảng giá trị:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| y | 13 | -9 | 3 | 1 |

Vậy các cặp giá trị là (1;3) (-1;-9) ; (11;3) ; (-11;1)

**PHÉP TRỪ PHÂN SỐ**

**Dạng 1: Tìm phân số đối**

**Bài 67.**

a)  b)  c)  d)  e)  f) 

**Dạng 2: Tính**

**Bài 68.**

a)

b)

c)

d)

**Bài 69.**

a)  ; b)  ; c)  .

**Bài 70.**

a)  = 

b) =  = 

c)  =  = 

**Bài 71.**



****

**Bài 72.**

a)    

b) 

**Bài 73.**

 



**Bài 74.**

a)  



b)  

**Dạng 3: Toán tìm x**

**Bài 75.**

a)   

b)   

**Bài 76.**

a) **** **** ****

b)  **** **** ****

c) 

**Bài 77.**



Do 

**Bài 78.**



hay 

**BÀI TẬP TỔNG HỢP**

**Bài 79.**

a) 

b) 

**Bài 80.** Người thứ nhất 1 giờ làm được  (công việc)

Người thứ hai 1 giờ làm được  (công việc)

Người thứ ba 1 giờ làm được  (công việc)

Nếu làm chung thì mỗi giờ cả ba người làm được số phần công việc

 (công việc)

**Bài 81.**  ;  . Các phân số lớn hơn , nhỏ hơn  và có tử là 3 là 

Vậy tổng của chúng là 

**Bài 82.** a) Có thể viết như sau:

 



b)  

 

**Bài 83.** Có nhiều cách lập. Sau đây là một số cách:





**Bài 84.**  

**Bài 85.** a) 

b) Ta có: 

 

 

Vậy 

**Bài 86.** 





Phân số  tối giản nên  

Vậy  chia hết cho 13.

**Bài 87.** a) Ta có: 

b) Gọi hai phân số phải tìm là  và  

Ta có:  

Không mất tính tổng quát, ta giả sử .

Từ  suy ra  hay  

Lại do  nên  suy ra  hay  .

Do đó  hay  . 

Từ  và  ta có 

Thay các giá trị của x lần lượt bằng  vào ta tìm được ba trường hợp cho  là số tự nhiên:

  

Vậy có tất cả ba cách viết:

 ;  ;  .

**Bài 88.** a) ****

 .

b) 

  .

**Bài 89.** **** .

**Bài 90. **

 . Vậy  .

**Bài 91.**

****  .

Vậy  .

**Bài 92.**

a) Nếu  thì  .

- Nếu  thì có thể đặt  .

Ta có : 

 .

- Nếu  thì xét tương tự như trên ta cũng có  .

Vậy  với mọi  .

b) Ta có   ( theo câu a).